

## Recalage d'images

## Bibliographie

### Article :

- *Recalage d'images médicales*, V. Noblet, C. Heinrich, F. Heitz, J.-P. Armspach, Techniques de l'ingénieur - Biomédical-Pharma - Technologies biomédicales, novembre 2013.

### Ouvrage :

- *Registration and recognition in images and videos, chapter "Registration and Segmentation in Medical Imaging"*, D. Rueckert, J. A. Schnlabel, Springer, 2014.

### Cours :

- Cours M1 "Le recalage d'image", Caroline Petitjean, Université de Rouen.

# Introduction au recalage d'images

## Recalage :

- étape essentielle dans une grande partie des chaînes de traitement des images médicales.

**Objectif :** estimer une transformation géométrique permettant la superposition spatiale des structures anatomiques ou fonctionnelles présentes dans les images à recaler.

- quelle information à mettre en correspondance ?
- quel critère de similarité ?
- quel modèle de transformation ?
- quelle stratégie d'optimisation pour l'estimation des paramètres du modèle ?

# Introduction au recalage d'images

## Contexte applicatif :

- recalage intra-individu (images provenant d'un même sujet),
- recalage inter-individu (plusieurs sujets ou un sujet vs. un modèle de référence),
- correction de distorsions géométriques dans les images.

### Recalage intra-individu

- Transformation géométrique simple (rigide ou affine)
- Fusion d'images multimodales
- Suivi d'évolution de lésions/tumeurs..
- Mesure de modifications géométriques

### Recalage inter-individus

- Transfo. non rigides, déformables (bcp de degrés de liberté)
- Construction d'atlas probabilistes (par ex. pour la segmentation).
- Analyse statistique des variations au sein d'un groupe

## Plan du chapitre

### 1. Formalisation générale du problème

1.1 Éléments caractérisant une méthode de recalage

1.2 Notations mathématiques

2. Choix des attributs

3. Distance inter-image

4. Transformation géométrique d'une image

5. Estimation de la transformation géométrique

# Éléments caractérisant une méthode de recalage

**1. Les attributs** : caractéristiques extraites des images qui permettent de guider le recalage

- attributs intrinsèques : informations issues de l'image (niveaux de gris, primitives géométriques),
- attributs extrinsèques : marqueurs externes fixés sur le sujet.

# Éléments caractérisant une méthode de recalage

**1. Les attributs** : caractéristiques extraites des images qui permettent de guider le recalage

- attributs intrinsèques : informations issues de l'image (niveaux de gris, primitives géométriques),
- attributs extrinsèques : marqueurs externes fixés sur le sujet.

**2. La distance inter-image** : fonction quantifiant la ressemblance ou la proximité spatiale entre les attributs des deux images à recaler.

## Éléments caractérisant une méthode de recalage

**3. Transformation géométrique (ou modèle de déformation)** : conditionne la façon dont l'image est géométriquement modifiée.

- transformation locale ou globale,
- caractérisée par un certain nombre de paramètres.



## Éléments caractérisant une méthode de recalage

**3. Transformation géométrique (ou modèle de déformation)** : conditionne la façon dont l'image est géométriquement modifiée.

- transformation locale ou globale,
- caractérisée par un certain nombre de paramètres.

**4. Stratégie d'optimisation** : méthode qui permet de déterminer la meilleure transformation au sens d'une certaine fonction de coût.

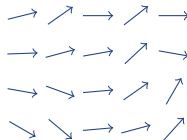
## Notations mathématiques

$I_{ref}$  : image de référence.

$I_{reca}$  : image à recaler.

$h$  : transformation qui à chaque point  $s$  de l'image de référence associe les coordonnées  $h(s) = s + u(s)$  dans l'image  $I_{reca}$ .

$u$  : champ de déformation (taille identique à l'image).



Champ de déformation  $u(s)$  pour une image  $4 \times 5$

## Notations mathématiques

- Il est souvent nécessaire d'appliquer des prétraitements aux images  $I_{ref}$  et  $I_{reca}$  (débruitage, détection de caractéristiques/attributs..).
- On notera alors  $\tilde{I}_{ref}$  et  $\tilde{I}_{reca}$  les images prétraitées sur lesquelles nous allons faire l'estimation de la fonction de recalage.

## Notations mathématiques

- Une fois les infos pertinentes extraites des images, il faut définir une fonction de coût  $E$  (= énergie) qui sera minimale lorsque  $\tilde{I}_{reca}$  est mise en correspondance le mieux possible avec  $\tilde{I}_{ref}$ .

**Objectif :** trouver la fonction  $h$  qui minimise  $E$

$$\hat{h} = \underset{h}{\operatorname{argmin}} E(\tilde{I}_{ref}, \tilde{I}_{reca}(h), h)$$

## Plan du chapitre

### 1. Formalisation générale du problème

### 2. Choix des attributs

2.1 Approches géométriques

2.2 Approches iconiques

### 3. Distance inter-image

### 4. Transformation géométrique d'une image

### 5. Estimation de la transformation géométrique

## Choix des attributs

**Le choix des attributs est une étape cruciale :**

- la qualité du recalage dépend de ce choix,
- guidé par la nature des images à recalcr.

## Choix des attributs

### Le choix des attributs est une étape cruciale :

- la qualité du recalage dépend de ce choix,
- guidé par la nature des images à recalcr.

### Différentes approches :

- approches géométriques – extraction manuelle ou automatique des primitives géométriques de l'image (points, courbes, surfaces),
- approches iconiques – ensemble dense de l'information portée par les niveaux de gris de l'image,
- approches hybrides.

## Approches géométriques

### Principe :

1. Extraction dans l'image de caractéristiques homologues (primitives).
2. Estimation d'une transfo. géométrique qui met en correspondance ces primitives

OU

2. Minimisation d'un critère faisant intervenir une distance géométrique entre les primitives homologues.



# Approches géométriques

## Principe :

1. Extraction dans l'image de caractéristiques homologues (primitives).
2. Estimation d'une transfo. géométrique qui met en correspondance ces primitives

OU

2. Minimisation d'un critère faisant intervenir une distance géométrique entre les primitives homologues.

## Choix des primitives :

- détection des caractéristiques aisée,
- répartition des primitives sur toute l'image,
- robustesse au bruit, aux artefacts, aux changements liés à l'acquisition.

## Approches géométriques – différents types de primitives

### Les points référents (amers, landmark) :

- intrinsèques : déterminés à partir de l'image (manuellement par un expert, automatiquement grâce aux propriétés locales des niveaux de gris.),
- extrinsèques : marqueurs collés à la peau visibles dans la/les modalité(s) d'acquisition.

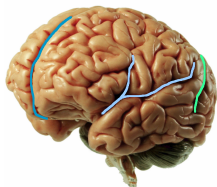
## Approches géométriques – différents types de primitives

### Les points référents (amers, landmark) :

- intrinsèques : déterminés à partir de l'image (manuellement par un expert, automatiquement grâce aux propriétés locales des niveaux de gris..),
- extrinsèques : marqueurs collés à la peau visibles dans la/les modalité(s) d'acquisition.

### Les courbes :

- utilisées en imagerie cérébrale (sillons corticaux).



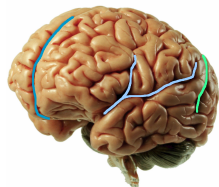
## Approches géométriques – différents types de primitives

### Les points référents (amers, landmark) :

- intrinsèques : déterminés à partir de l'image (manuellement par un expert, automatiquement grâce aux propriétés locales des niveaux de gris.),
- extrinsèques : marqueurs collés à la peau visibles dans la/les modalité(s) d'acquisition.

### Les courbes :

- utilisées en imagerie cérébrale (sillons corticaux).



### Les surfaces :

- obtenues par segmentation de structures anatomiques d'intérêt.

## Approches géométriques – Avantages et inconvénients

### Avantages :

- faible coût calculatoire → nombre limité de caractéristiques au lieu de travailler sur toute l'image,
- primitives utilisées = information de haut niveau souvent robustes au bruit et aux artefacts.

### Inconvénients :

- complexité calculatoire reportée sur l'extraction de caractéristiques,
- dépendance du recalage à la qualité/précision d'extraction des caractéristiques,
- extraction des primitives souvent manuelle ou semi-automatique (→ erreurs).

## Approches iconiques

### Principe :

- pas de réduction préalable des données,
- utilise l'information dense portée par l'ensemble de l'image (niveaux de gris, ou transformation des niveaux de gris).

### Exemples d'information dense :

- gradient de l'image,
- segmentation de l'image (par ex. proba d'appartenir aux  $\neq$  classes pour chaque pixel),
- changement de représentation (Fourier, ondelettes, ...)

## Approches iconiques – Avantages et inconvénients

### Avantages :

- utilisation de toute l'information portée par l'image,
- méthodes automatiques.

### Inconvénients :

- coût calculatoire important,
- relation entre les niveaux de gris de deux images pas forcément facile à déterminer (en particulier pour la multimodalité),
- sensibilité au bruit et aux artefacts.

## Plan du chapitre

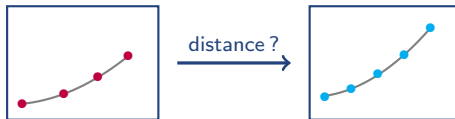
1. Formalisation générale du problème
2. Choix des attributs
- 3. Distance inter-image**
  - 3.1 Distance entre les primitives géométriques
  - 3.2 Critères de similarité dense
4. Transformation géométrique d'une image
5. Estimation de la transformation géométrique



## Distance entre les primitives géométriques

**Distance entre points appariés :** distance euclidienne classique.

**Distance entre deux courbes ou deux surfaces :**



- algorithme ICP (*Iterative Closest Point*) : on associe à chaque point de la primitive à recalcr, le point de la primitive de référence le plus proche et on calcule la somme des carrés des distances entre points appariés.
- utilisation d'une carte de distance pour la réduction du temps de calcul (par ex. distance de Chanfrein).

## Critère de similarité dense

### Définition :

- permet de comparer toute l'information portée par les niveaux de gris de l'image,
- fait une hypothèse sur la relation qui lie les valeurs des niveaux de gris à comparer,
- différentes relations peuvent être envisagées (cf. exemple).

**Relation identité** : les intensités des pixels qui se correspondent dans les 2 images sont égales (à un bruit gaussien près).

- Critère : EQM à minimiser

$$EQM = \frac{1}{MN} \sum_{s \in \tilde{I}_{ref}} \left( \tilde{I}_{ref}(s) - \tilde{I}_{reca}(h(s)) \right)^2$$

## Critère de similarité dense

### Relation affine :

→ Critère : coefficient de corrélation linéaire

$$\rho \left( \tilde{I}_{ref}, \tilde{I}_{reca}(h) \right) = \frac{1}{MN} \sum_{s \in \tilde{I}_{ref}} \frac{\tilde{I}_{ref}(s) - \mu_{ref}}{\sigma_{ref}} \frac{\tilde{I}_{reca}(h(s)) - \mu_{reca}}{\sigma_{reca}}$$

où  $\mu_{ref}$  et  $\mu_{reca}$  sont les moyennes des images  $\tilde{I}_{ref}$  et  $\tilde{I}_{reca}$ ,

et  $\sigma_{ref}$  et  $\sigma_{reca}$  sont les écart-types des images  $\tilde{I}_{ref}$  et  $\tilde{I}_{reca}$ .

→  $\rho$  prend des valeurs entre -1 et 1.

→  $\rho$  proche de 0 :  $\tilde{I}_{reca}(h)$  n'est pas recalée sur  $\tilde{I}_{ref}$ .

→ la relation affine convient souvent pour le recalage unimodal.

## Critère de similarité dense

### Relation fonctionnelle : Critère de Woods

- établi pour le recalage multimodal IRM \*/TEP †
- basé sur la mesure, pour une valeur d'intensité dans  $\tilde{I}_{reca}(h(s))$ , de la dispersion des intensités des pixels  $s$  correspondant dans  $\tilde{I}_{ref}$  :

$$Woods(\tilde{I}_{ref}|\tilde{I}_{reca}(h)) = \sum_j p_j \frac{\sigma_{ref|j}}{\mu_{ref|j}}$$

où  $j$  = niveau de gris (intensité) considéré,

$p_j$  = fréquence d'apparition de l'intensité  $j$  dans  $\tilde{I}_{reca}(h)$

$\mu_{ref|j}$  et  $\sigma_{ref|j}$  = moyenne et écart-type des intensités des pixels de  $\tilde{I}_{ref}$  correspondant aux pixels de l'image  $\tilde{I}_{reca}$  ayant l'intensité  $j$ .

- dispersion faible = image recalée.

---

\*. imagerie structurelle et fonctionnelle

†. imagerie métabolique

## Critère de similarité dense

**Relation fonctionnelle :** Rapport de corrélation

$$\eta(\tilde{I}_{ref} | \tilde{I}_{reca}(h)) = 1 - \frac{1}{\sigma_{ref}^2} \sum_j p_j \sigma_{ref|j}^2$$

- normalisation globale par la variance de l'image (au lieu de la moyenne locale dans Woods).
- comme le critère de Woods, le rapport de corrélation n'est pas symétrique :

$$\eta(\tilde{I}_{ref} | \tilde{I}_{reca}(h)) \neq \eta(\tilde{I}_{reca}(h) | \tilde{I}_{ref})$$

## Critère de similarité dense

### Relation de dépendance statistique : Information mutuelle

$$IM(\tilde{I}_{ref} | \tilde{I}_{reca}(h)) = \sum_i \sum_j p_{i,j} \log \left( \frac{p_{i,j}}{p_i \times p_j} \right)$$

où

- $p_i$  (resp.  $p_j$ ) est la probabilité pour un pixel de l'image  $\tilde{I}_{ref}$  (resp.  $\tilde{I}_{reca}$ ) d'avoir l'intensité  $i$  (resp.  $j$ ),
- $p_{i,j}$  est la probabilité pour un même pixel d'avoir l'intensité  $i$  dans  $\tilde{I}_{ref}$  et  $j$  dans  $\tilde{I}_{reca}(h)$ .
- $IM = 0$  : les deux images sont indépendantes.
- plus  $IM$  augmente, plus les deux images partagent d'information (donc mieux elles sont recalées).

## Plan du chapitre

1. Formalisation générale du problème
2. Choix des attributs
3. Distance inter-image
- 4. Transformation géométrique d'une image**
  - 4.1 Modèles de déformation
  - 4.2 Modèles linéaires
  - 4.3 Modèles non linéaires
  - 4.4 Problèmes liés à la transformation géométrique d'une image
5. Estimation de la transformation géométrique

## Modèles de déformation

Le choix du modèle doit être guidé par l'application et par l'information disponible *a priori* sur la nature de la transformation entre les images.

MODELE LINÉAIRE

→ relation matricielle linéaire

MODELE NON LINÉAIRE

→ plus souple mais plus de degrés de liberté



## Modèles de déformation

Le choix du modèle doit être guidé par l'application et par l'information disponible *a priori* sur la nature de la transformation entre les images.

<p>MODELE LINÉAIRE</p> <p>→ relation matricielle linéaire</p>	<p>MODELE NON LINÉAIRE</p> <p>→ plus souple mais plus de degrés de liberté</p>
<p>MODELE GLOBAL</p> <p>→ chaque paramètre influence la totalité de l'image</p>	<p>MODELE LOCAL</p> <p>→ chaque paramètre influence une région restreinte de l'image</p>

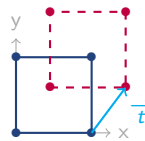
## Modèles de déformation

Le choix du modèle doit être guidé par l'application et par l'information disponible *a priori* sur la nature de la transformation entre les images.

<p>MODELE LINÉAIRE</p> <p>→ relation matricielle linéaire</p>	<p>MODELE NON LINÉAIRE</p> <p>→ plus souple mais plus de degrés de liberté</p>
<p>MODELE GLOBAL</p> <p>→ chaque paramètre influence la totalité de l'image</p>	<p>MODELE LOCAL</p> <p>→ chaque paramètre influence une région restreinte de l'image</p>
<p>MODELE PARAMÉTRIQUE</p> <p>→ formulation explicite du champ de déformation</p>	<p>MODELE NON PARAMÉTRIQUE</p> <p>→ pas de formulation explicite, c'est la solution d'un pb d'optimisation.</p>

# Déformations géométriques élémentaires

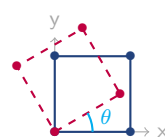
**Translation :**  $x' = x + u$   
 $y' = y + v$



→ 2 d.d.l :  $(u, v)$

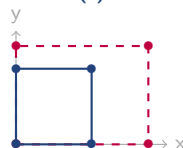
$\vec{t} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$

**Rotation :**  $x' = x \cdot \cos(\theta) - y \cdot \sin(\theta)$   
 $y' = x \cdot \sin(\theta) + y \cdot \cos(\theta)$



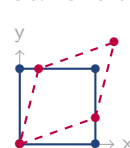
→ 1 d.d.l :  $\theta$

**Facteur(s) d'échelle :**  $x' = k_x \cdot x$   
 $y' = k_y \cdot y$



→ 2 d.d.l :  $k_x, k_y$

**Cisaillement :**  $x' = x + \alpha \cdot y$   
 $y' = y + \beta \cdot x$



→ 2 d.d.l :  $\alpha, \beta$

## Modèles linéaires – Transformation rigide

### Propriétés :

- 3 degrés de liberté : 2 translations + 1 rotation,
- conserve les angles, le parallélisme et les distances,
- utilisée pour le recalage intra-individu pour le suivi longitudinal ou la multimodalité.

### Limitations :

- ne compense pas les non-linéarités induites par l'imageur,
- ne compense pas l'élasticité des objets observés (respiration du patient, changement de morphologie, etc).

## Modèles linéaires – Similitude

### Propriétés :

- 4 degrés de liberté : 2 translations + 1 rotation + 1 facteur d'échelle (isotropie),
- conserve les angles, le parallélisme et les rapports de longueurs,
- utilisée pour le recalage intra-individu en multimodalité lorsque les  $\neq$  modalités n'ont pas la même résolution.

### Limitations :

- ne compense pas les non-linéarités induites par l'imageur,
- en général la résolution varie dans les deux directions d'un instrument à l'autre (facteur d'échelle anisotrope).

## Modèles linéaires – Transformation affine

### Propriétés :

- 7 degrés de liberté : 2 translations + 1 rotation + 2 facteurs d'échelle (anisotropie) + 2 facteurs de cisaillement,
- conserve le parallélisme,
- ne conserve plus les angles ou les rapports de longueurs,
- utilisée pour le recalage inter-individus.

### Limitations :

- coût de calcul ↗↗.

## Modèles linéaires – Transformation projective

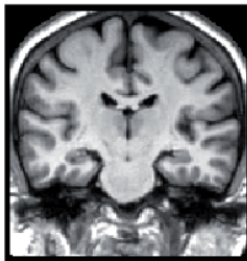
### Propriétés :

- utilisée pour prendre en compte les effets de perspectives dans l'image,
- l'image d'une droite reste une droite, mais le parallélisme n'est plus conservé,
- utilisée pour le recalage d'images 3D sur des images 2D.

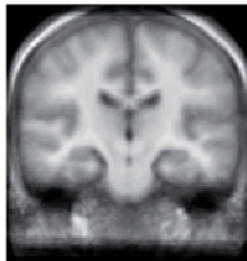
### Limitations :

- coût de calcul ↗↗.

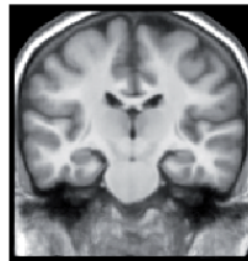
## Modèles linéaires – Exemple



(a)



(b)



(c)

Figure 13 [Noblet et al. 2013] : Construction d'une image moyenne de cerveau en recalant 18 IRM morphologique sur l'image (a) avec une méthode de recalage affine (b) et une méthode de recalage déformable (c).



## Modèles non linéaires

### Modèles linéaires par morceaux (locaux) :

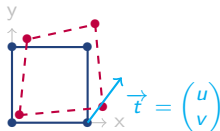
- transformations rigides par morceaux.
- transformations affines par morceaux.

### Modèles non linéaires :

- Polynômes : déformation polynomiale du champ de déformation (application globale à l'image).  
ex : transformation comportant des termes en  $x^2$ ,  $y^2$ ,  $x^3$  ou  $y^3$ .
- Bases de fonctions : combinaison linéaire de fonctions de déformation (application locale).

# Modèles non linéaires – transformée bilinéaire générale

Transformée bilinéaire générale :



$$\begin{aligned}x' &= a_1x + a_2y + a_3xy + a_4 \\y' &= a_5x + a_6y + a_7xy + a_8\end{aligned}$$

→ 8 d.d.l :  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$ .

$a_1$  et  $a_6$  : facteurs d'échelle

$a_2$  et  $a_5$  : relèvement et inclinaison

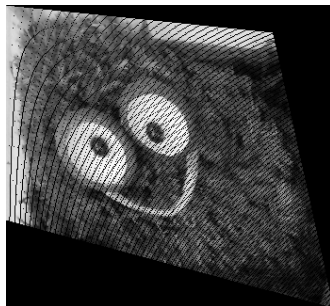
$a_3$  et  $a_7$  : perspective

$a_4$  et  $a_8$  : translation générale

→ Il faut 4 points de contrôle pour déterminer la transformation (4 points = 8 coordonnées = 8 équations pour 8 inconnues).

# Modèles non linéaires – transformée bilinéaire générale

$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$

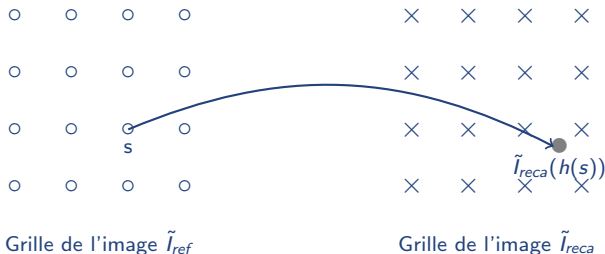


$a'_1, a'_2, a'_3, a'_4, a'_5, a'_6, a'_7, a'_8$

## Problèmes liés à la transformation géométrique d'une image

### Opérations effectuées sur des images numériques (signaux discrets)

- les points de la grille discrete de l'image après transformation ne correspondent pas forcément avec les points de la grille régulière d'échantillonnage spatial.



- $\tilde{I}_{reca}(h(s))$  ne tombe pas forcément sur la grille d'échantillonnage de  $\tilde{I}_{reca}$ , la valeur à mettre en correspondance avec  $\tilde{I}_{ref}(s)$  doit être calculée par interpolation.

## Plan du chapitre

1. Formalisation générale du problème
2. Choix des attributs
3. Distance inter-image
4. Transformation géométrique d'une image
- 5. Estimation de la transformation géométrique**
  - 5.1 Différentes méthodes d'optimisation
  - 5.2 Évaluation/Validation de la transformation géométrique

## Différentes méthodes d'optimisation

Estimation de la transformation géométrique  $\Leftrightarrow$  résoudre le problème d'optimisation :

$$\hat{h} = \underset{h}{\operatorname{argmin}} E \left( \tilde{I}_{ref}, \tilde{I}_{reca}(h), h \right)$$

## Différentes méthodes d'optimisation

Estimation de la transformation géométrique  $\Leftrightarrow$  résoudre le problème d'optimisation :

$$\hat{h} = \underset{h}{\operatorname{argmin}} E \left( \tilde{I}_{ref}, \tilde{I}_{reca}(h), h \right)$$

**Différentes méthodes d'optimisation :**

- Résolution explicite : rare, limitée aux transformations géométriques où la fonction à minimiser est une fonction quadratique.

## Différentes méthodes d'optimisation

Estimation de la transformation géométrique  $\Leftrightarrow$  résoudre le problème d'optimisation :

$$\hat{h} = \underset{h}{\operatorname{argmin}} E \left( \tilde{I}_{ref}, \tilde{I}_{reca}(h), h \right)$$

### Différentes méthodes d'optimisation :

- Résolution explicite : rare, limitée aux transformations géométriques où la fonction à minimiser est une fonction quadratique.
- Recherche exhaustive : test d'un certain nombres de valeurs pour chaque paramètre, et on retient la combinaison de valeurs qui donne la plus petite énergie  $E$ .



## Différentes méthodes d'optimisation

Estimation de la transformation géométrique  $\Leftrightarrow$  résoudre le problème d'optimisation :

$$\hat{h} = \underset{h}{\operatorname{argmin}} E \left( \tilde{I}_{ref}, \tilde{I}_{reca}(h), h \right)$$

### Différentes méthodes d'optimisation :

→ Méthode d'ordre supérieur : utilisent les opérateurs différentiels (gradient, laplacien,..) de la fonction à optimiser.

ex : méthode de descente de gradient, gradient conjugué, méthode de Newton, ...

## Différentes méthodes d'optimisation

Estimation de la transformation géométrique  $\Leftrightarrow$  résoudre le problème d'optimisation :

$$\hat{h} = \underset{h}{\operatorname{argmin}} E \left( \tilde{I}_{ref}, \tilde{I}_{reca}(h), h \right)$$

### Différentes méthodes d'optimisation :

- Méthode d'ordre supérieur : utilisent les opérateurs différentiels (gradient, laplacien,..) de la fonction à optimiser.  
**ex** : méthode de descente de gradient, gradient conjugué, méthode de Newton, ...
- Méthode d'optimisation globale : utilisation restreinte au recalage rigide et affine.  
**ex** : algorithme de recuit simulé et algorithmes génétiques.

# Évaluation/Validation de la transformation géométrique

## Modalité de validation :

- création d'images synthétiques,
- utilisation d'une vérité terrain/expert,
- utilisation d'atlas (pour la segmentation).

## Limitations :

- la présence de bruit ou de valeurs aberrantes dans les images introduit des erreurs d'estimation de transformation,
- mettre en oeuvre les techniques de débruitage adaptées.

Formalisation du pb  
○○○○○

Attributs  
○○○○○

Distance  
○○○○○○

Transf. géométrique  
○○○○○○○○○○○○

Estimation de la transf. géométrique  
○○○

**Fin du cours**