

# Graphe du dual de l'ensemble des discrétisations

**Thématique : informatique de l'image**

**TER**

## Laboratoire d'accueil

ICube (UMR 7357) CNRS-Univ. de Strasbourg  
 Parc d'Innovation, Boulevard Sébastien Brant, BP 10413,  
 67412 Illkirch Cedex

## Encadrement

Loïc MAZO (mazo@unistra.fr), bur. C219, tel : 03 68 85 44 96, équipe MIV, ICube  
 Étienne BAUDRIER (baudrier@unistra.fr), bur. C221, tel : 03 68 85 44 94, équipe MIV, ICube

**Mots-clefs :** Discrétisation, Graphe, Combinatoire

## Présentation

L'objectif de ce TER est de mettre au point, implanter et étudier le graphe associé à l'ensemble des discrétisations d'une courbe continue. Complètement étiqueté, ce graphe permet la représentation de cet ensemble (voir Figure).

Lorsqu'on discrétise un objet continu, il y a plusieurs résultats possibles suivant la façon dont on positionne la grille sur l'objet (et bien sûr, suivant le pas de grille).

Ainsi, la figure 1 présente trois discrétisations pour le graphe de la fonction  $\{(x, \ln(x + 1)), x \in [0, 1]\}$ . Ces discrétisations peuvent être nombreuses : nous avons montré que, pour une courbe bien choisie, on peut obtenir un nombre de discrétisations exponentiel en fonction de la résolution (l'inverse du pas de grille).

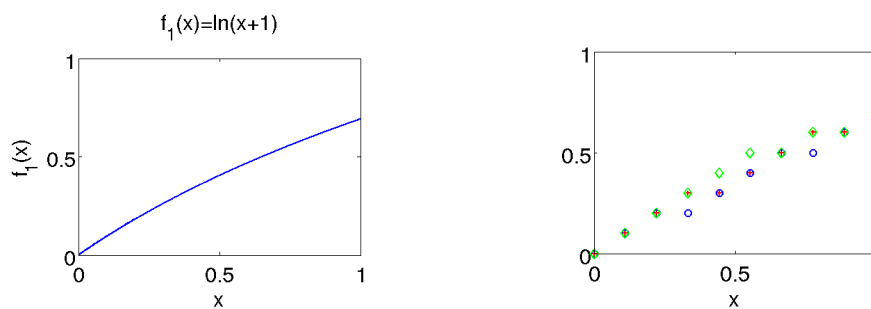


FIGURE 1 – Gauche : graphe de la fonction  $\ln(x + 1)$  sur  $[0, 1]$ . Droite : exemple de trois discrétisations obtenues par la translation de ce graphe.

L'étude de l'ensemble des discrétisations possibles, pour un pas de grille donné, et de son comportement lorsque la résolution tend vers l'infini, est plus qu'un simple jeu théorique. En effet de nombreux outils utilisés en analyse et traitement d'image utilisent des estimateurs des caractéristiques géométriques des objets continus représentés sur les images digitales : longueur, aire, volume, tangente, normale, courbure, etc. Or les estimateurs aujourd'hui ne tiennent pas compte de la variabilité de la discrétisation ce qui conduit à donner une estimation ponctuelle de la grandeur étudiée quand il faudrait fournir un intervalle de confiance. Si l'on songe que ce type de mesure est utilisé par exemple dans le diagnostic de l'évolution de tumeurs malignes, on comprend qu'il serait intéressant de vérifier si la variabilité liée à la discrétisation peut engendrer un « bruit » perceptible lors du diagnostic (il y a beaucoup d'autres « bruits » qui affectent la mesure). Dans un article soumis au mois d'octobre nous avons

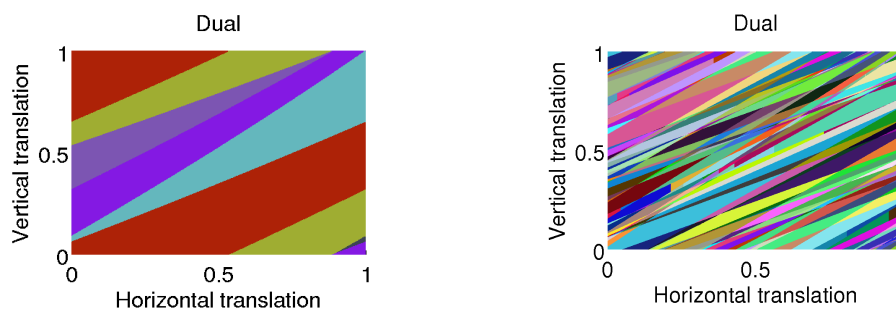


FIGURE 2 – Dual de l'ensemble des discrétisations de la fonction  $r \ln(1 + x/r)$  pour  $r = 5$  et  $r = 50$ .

proposé quelques majorants quant au nombre de discrétisations lorsque la grille est déplacée par translation. Nous proposons aussi dans ce TER d'étudier le *dual* de l'ensemble des discrétisations. Ce dual est une représentation de l'ensemble dans l'espace des paramètres de translation. C'est un graphe coloré muni d'étiquettes qui permettent d'en faire une représentation géométrique précise, de compter le nombre de discrétisations et de mesurer l'importance de chacune d'entre elles. Très récemment, nous avons commencé à étudier la façon d'engendrer précisément ce graphe (le graphe de la figure a été obtenu en partie par échantillonnage). La première tâche du stage sera donc de finaliser l'algorithme de construction du dual, de l'implanter et de le tester sur un échantillon raisonnable de courbes fonctionnelles (d'équation  $y = f(x)$ ). Ensuite, de nombreux chemins peuvent être explorés suivant le goût et les aptitudes :

- (combinatoire, programmation) nombre de couleurs du graphe et importances relatives ;
- (algorithmique) preuve de l'algorithme ;
- (mathématiques) toute courbe continue tracée sur le tore engendre-t-elle un graphe qui peut être considéré comme le dual d'un ensemble de discrétisation ?
- (théorie des graphes/programmation/mathématiques) : le graphe est-il hamiltonien ? À quelle condition la région associée à une couleur donnée est-elle connexe ? Généralisation à des courbes planes, à des courbes objets  $nD$ , à d'autres grilles, à d'autres transformations de la grille (rotations, transvections) ...
- (statistique, programmation) utilisation du dual pour étudier la variabilité d'estimateurs géométriques.

**Nous contacter pour plus de renseignements.**