

Restauration d'images

Bibliographie

Ouvrages :

- *Digital Image Processing, 3rd Ed., chapter 5 "Image restoration"*, Rafael C. Gonzalez and Richard E. Woods, Prentice Hall, 2008.

Cours :

- Vincent Mazet, cours "Outils fondamentaux pour le traitement d'image",
<http://miv.u-strasbg.fr/mazet/ofti>
- Vincent Noblet, cours "Traitement d'images" TICS2A,
http://icube-miv.unistra.fr/fr/index.php/Traitement_d'images_TICS2A

Plan du chapitre

1. Dégradation des images

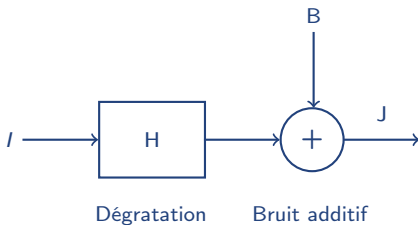
- 1.1 Modélisation du processus de dégradation/restauration
- 1.2 Dégradation linéaire invariante par translation
- 1.3 Dégradation additive : le bruit

2. Mesure de la qualité de la restauration

3. Débruitage

4. Déconvolution

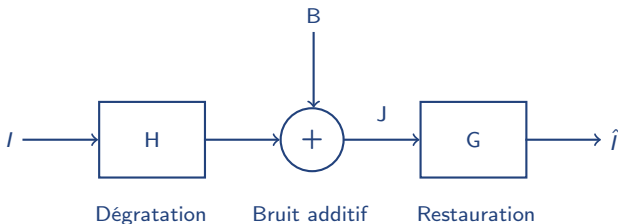
Modélisation de la dégradation/restauration



Expression de la dégradation :

$$J = I * H + B \quad \xrightarrow{TF} \quad \mathcal{J} = \mathcal{I}\mathcal{H} + \mathcal{B}$$

Modélisation de la dégradation/restauration



Expression de la dégradation :

$$J = I * H + B \quad \xrightarrow{TF} \quad \mathcal{J} = \mathcal{I}\mathcal{H} + \mathcal{B}$$

Expression de la restauration :

$$\hat{I} = J * G \quad \xrightarrow{TF} \quad \hat{\mathcal{I}} = \mathcal{J}\mathcal{G}$$

Modélisation de la dégradation/restauration

Principe de la restauration d'image :

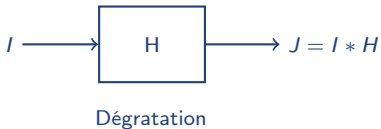
- Modéliser la dégradation à l'aide de connaissance *a priori*.
- Définir un critère de mesure de la qualité de la restauration.
- Trouver le filtre G tel que $\hat{I} \simeq I$ qui "inverse" la dégradation.

A noter

- La restauration peut se faire dans le domaine de l'image (convolution) ou dans le domaine fréquentiel (TF).
- La restauration est un *problème inverse*.

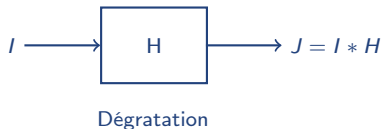
Dégradation linéaire invariante par translation

→ S'exprime comme une convolution :



Dégradation linéaire invariante par translation

→ S'exprime comme une convolution :



→ Cas de tous les filtres qu'on verra dans le cours et les TP.

Dégradation linéaire invariante par translation

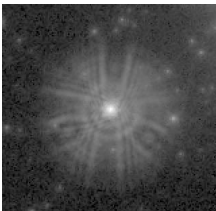
→ S'exprime comme une convolution :



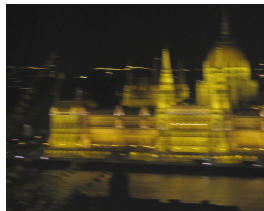
Dégradation

→ Cas de tous les filtres qu'on verra dans le cours et les TP.

→ Exemples de dégradations linéaire invariante par translation :



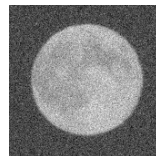
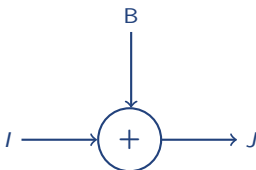
Réponse impulsionnelle
du système optique



Flou de bougé

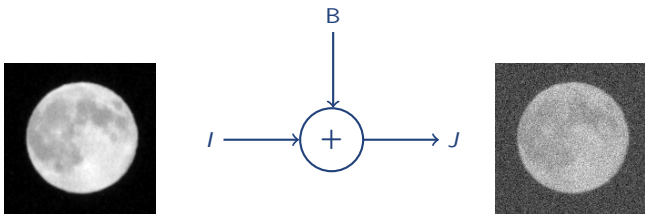
Dégradation additive : le bruit

→ Cas traité dans le cours (en particulier le bruit additif gaussien) :



Dégradation additive : le bruit

→ Cas traité dans le cours (en particulier le bruit additif gaussien) :



→ Il existe aussi des cas de bruits multiplicatifs (radar, astronomie, etc) : non traités dans ce cours.

Le bruit additif gaussien

Notations : On notera $B \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ un bruit distribué selon une loi gaussienne (normale) de moyenne μ et de variance σ^2 .



Le bruit additif gaussien

Notations : On notera $B \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ un bruit distribué selon une loi gaussienne (normale) de moyenne μ et de variance σ^2 .

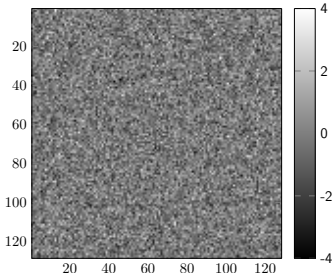
Commande Matlab

```

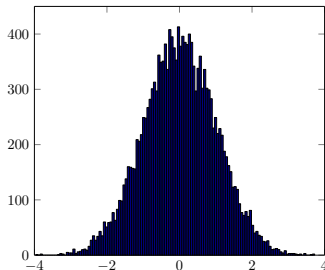
> bruit = randn(128, 128);    % par défaut  $\mu = 0, \sigma^2 = 1$ 
> imagesc(bruit)
> title('Image de bruit 128 x 128');
> hist(bruit(:), 100);

```

Image de bruit 128 x 128



Histogramme des intensités



Plan du chapitre

1. Dégradation des images

2. Mesure de la qualité de la restauration

2.1 Erreur quadratique moyenne

2.2 Rapport signal à bruit

2.3 Peak signal to noise ratio

3. Débruitage

4. Déconvolution



Mesure de la qualité de la restauration

La performance d'une méthode de restauration peut être calculée à l'aide d'un des indicateurs suivants :

- Erreur quadratique moyenne (*mean square error*)
- Rapport signal-à-bruit
- PSNR

Remarque : ces mesures objectives ne représentent pas forcément bien la qualité perçue.



Erreur quadratique moyenne

Définition

L'erreur quadratique moyenne de la reconstruction \hat{I} de l'image I est définie par :

$$\text{EQM} = \frac{1}{MN} \sum_{i,j} (I(i,j) - \hat{I}(i,j))^2$$

La différence $I(i,j) - \hat{I}(i,j)$ est considérée comme un bruit.

Rapport Signal à Bruit (RSB)

Définition

Le rapport signal à bruit est défini par :

$$\text{RSB} = \frac{\sum_{i,j} \hat{I}(i,j)^2}{\sum_{i,j} (I(i,j) - \hat{I}(i,j))^2}$$

(ou formule équivalente en échelle logarithmique)

La différence $I(i,j) - \hat{I}(i,j)$ est considérée comme un bruit.

A noter que le RSB peut aussi servir à mesurer la dégradation d'une image par le bruit, dans ce cas on mesure :

$$\text{RSB} = \frac{\sum_{i,j} I(i,j)^2}{\sum_{i,j} B(i,j)^2}$$

Peak Signal to Noise Ratio (PSNR)

Définition

Le *peak signal to noise ratio* est défini par :

$$\text{PSNR} = \frac{\max_{i,j} \hat{I}(i,j)^2}{\frac{1}{MN} \sum_{i,j} (I(i,j) - \hat{I}(i,j))^2}$$

(ou formule équivalente en échelle logarithmique).

Ce critère est souvent utilisé pour mesurer la qualité de la reconstruction d'une image qui a subi une compression avec perte d'information (ex format JPEG).

RSB et PSNR



RSB = 0dB



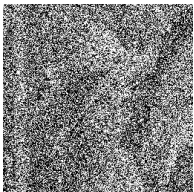
RSB = 10dB



RSB = 20dB



RSB = 30dB



PSNR = 0dB



PSNR = 10dB



PSNR = 20dB



PSNR = 30dB

Mesure de la qualité de la restauration

Procédure :

1. Synthétiser ou utiliser une image « originale »
2. Dégrader l'image originale
3. Appliquer la restauration à évaluer
4. Quantifier le résultat en utilisant l'EQM, le RSB ou le PSNR

Plan du chapitre

1. Dégradation des images
2. Mesure de la qualité de la restauration
- 3. Débruitage**
 - 3.1 État de l'art des méthodes de débruitage
 - 3.2 Filtre moyenneur
 - 3.3 Filtrage fréquentiel
4. Déconvolution



État de l'art des méthodes de débruitage

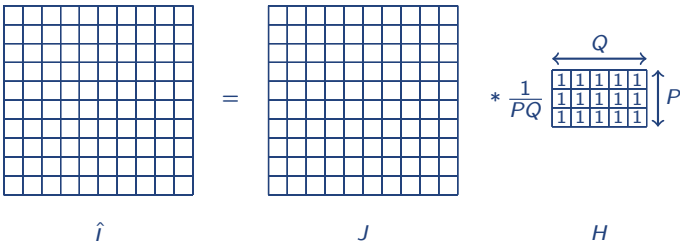
- Filtres moyenneurs
- Filtres médians (filtre non linéaire ⇒ convolution)
- Filtrage fréquentiel
- Décomposition sur une base d'ondelette
- Approches statistiques
- Moyennes non locales
- etc

Filtre moyeneur

Principe :

- Soit $V_{i,j}$ un ensemble de pixels situés dans un rectangle de taille $P \times Q$ centré sur le pixel (i,j) .
- La moyenne des pixels de J est calculée sur ce voisinage $V_{i,j}$ et devient la valeur de $\hat{I}(i,j)$.

Illustration :

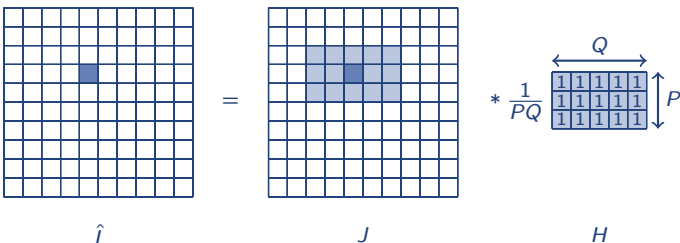


Filtere moyenneur

Principe :

- Soit $V_{i,j}$ un ensemble de pixels situés dans un rectangle de taille $P \times Q$ centré sur le pixel (i,j) .
- La moyenne des pixels de J est calculée sur ce voisinage $V_{i,j}$ et devient la valeur de $\hat{I}(i,j)$.

Illustration :

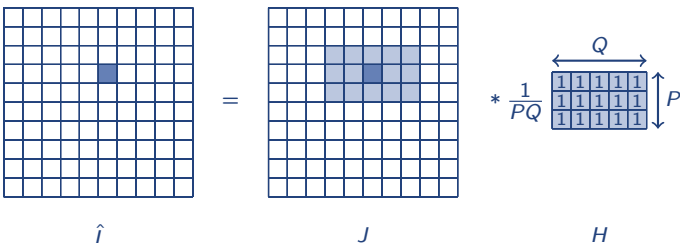


Filtre moyeneur

Principe :

- Soit $V_{i,j}$ un ensemble de pixels situés dans un rectangle de taille $P \times Q$ centré sur le pixel (i,j) .
- La moyenne des pixels de J est calculée sur ce voisinage $V_{i,j}$ et devient la valeur de $\hat{I}(i,j)$.

Illustration :

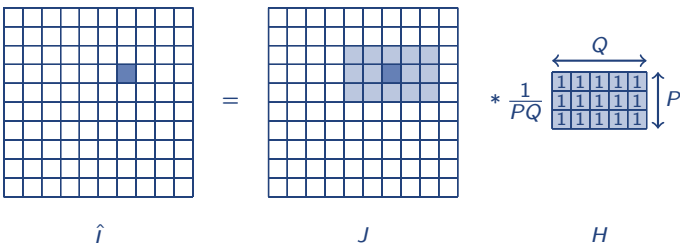


Filtre moyeneur

Principe :

- Soit $V_{i,j}$ un ensemble de pixels situés dans un rectangle de taille $P \times Q$ centré sur le pixel (i,j) .
- La moyenne des pixels de J est calculée sur ce voisinage $V_{i,j}$ et devient la valeur de $\hat{I}(i,j)$.

Illustration :

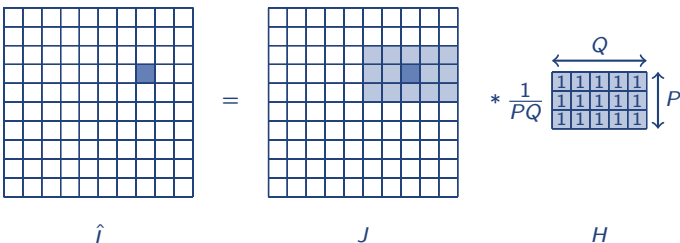


Filtere moyenneur

Principe :

- Soit $V_{i,j}$ un ensemble de pixels situés dans un rectangle de taille $P \times Q$ centré sur le pixel (i,j) .
- La moyenne des pixels de J est calculée sur ce voisinage $V_{i,j}$ et devient la valeur de $\hat{I}(i,j)$.

Illustration :



Filtre moyeneur – Exemple



Image bruitée J
PSNR = 20 dB



Image restaurée \hat{I}
 $P = Q = 3$



Image restaurée \hat{I}
 $P = Q = 5$

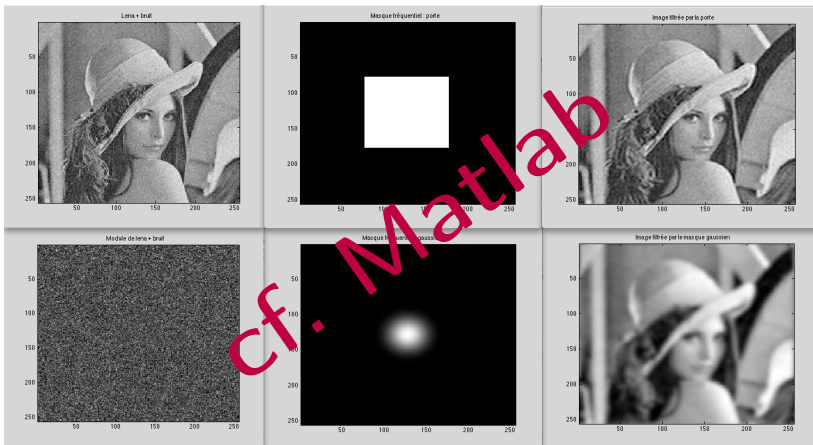


Image restaurée \hat{I}
 $P = Q = 7$

Filtre moyeneur – Conclusions

- 😊 Le filtre moyeneur calcule la moyenne des pixels dans un voisinage : opérations simples.
- 😊 Le filtre moyeneur peut s'écrire comme une convolution.
- 😞 Lissage des variations \Rightarrow réduction du bruit par effet de flou.
 - \rightarrow Variantes : moyenne pondérée, moyenne géométrique, moyenne harmonique, ...

Filtrage fréquentiel – masque fréquentiel



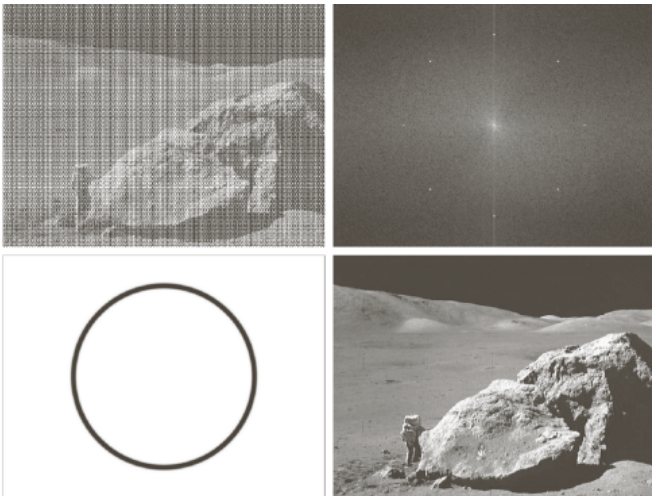
cf Denoising.m

Filterage fréquentiel – masque fréquentiel (bruit périodique)

a b
c d

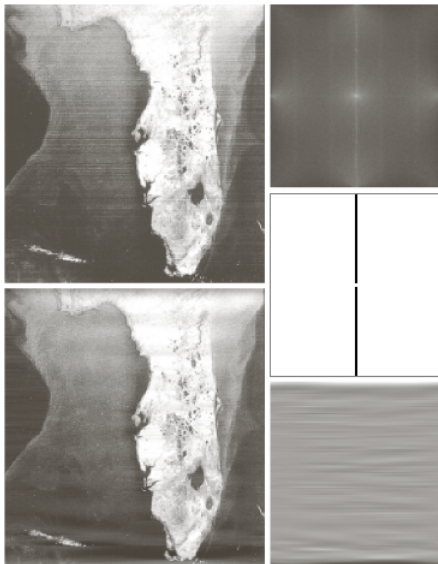
FIGURE 5.16

(a) Image corrupted by sinusoidal noise. (b) Spectrum of (a). (c) Butterworth bandreject filter (white represents 1). (d) Result of filtering. (Original image courtesy of NASA.)



Digital Image Processing,
Gonzalez & Woods.

Filtrage fréquentiel – masque fréquentiel (bruit périodique)



a b
c
e d

FIGURE 5.19

(a) Satellite image of Florida and the Gulf of Mexico showing horizontal scan lines.

(b) Spectrum. (c) Notch pass filter

(d) Spatial noise pattern. (e) Result of notch reject filtering.

(Original image courtesy of NOAA.)

Digital Image Processing,
Gonzalez & Woods.

Plan du chapitre

1. Dégradation des images
2. Mesure de la qualité de la restauration
3. Débruitage
- 4. Déconvolution**
 - 4.1 Estimation de la fonction de dégradation
 - 4.2 Déconvolution naïve
 - 4.3 État de l'art des méthodes de déconvolution
 - 4.4 Filtre de Wiener

Estimation de la fonction de dégradation

Les méthodes que nous allons étudier nécessitent de connaître la PSF H .

- **Estimation par observation** en trouvant dans l'image des indices permettant d'estimer H (par exemple : objet ponctuel isolé, déconvolution naïve en l'absence de bruit dans une petite zone, essai-erreur, ...).

Estimation de la fonction de dégradation

Les méthodes que nous allons étudier nécessitent de connaître la PSF H .

- **Estimation par observation** en trouvant dans l'image des indices permettant d'estimer H (par exemple : objet ponctuel isolé, déconvolution naïve en l'absence de bruit dans une petite zone, essai-erreur, ...).
- **Estimation par expérimentation** en reproduisant en laboratoire les conditions d'observation. L'image d'une impulsion observée ainsi donne une estimation de H .

Estimation de la fonction de dégradation

Les méthodes que nous allons étudier nécessitent de connaître la PSF H .

- **Estimation par observation** en trouvant dans l'image des indices permettant d'estimer H (par exemple : objet ponctuel isolé, déconvolution naïve en l'absence de bruit dans une petite zone, essai-erreur, ...).
- **Estimation par expérimentation** en reproduisant en laboratoire les conditions d'observation. L'image d'une impulsion observée ainsi donne une estimation de H .
- **Estimation par modélisation mathématique** de la physique de l'observation.

Déconvolution naïve

Filtrage inverse :

Puisque la dégradation s'exprime $\mathcal{J}(u, v) = \mathcal{I}(u, v)\mathcal{H}(u, v) + \mathcal{B}(u, v)$ dans le domaine de Fourier, le filtre inverse le plus simple est :

$$\hat{\mathcal{I}}(u, v) = \frac{\mathcal{J}(u, v)}{\mathcal{H}(u, v)} = \mathcal{I}(u, v) + \frac{\mathcal{B}(u, v)}{\mathcal{H}(u, v)}$$

Déconvolution naïve

Filtrage inverse :

Puisque la dégradation s'exprime $\mathcal{J}(u, v) = \mathcal{I}(u, v)\mathcal{H}(u, v) + \mathcal{B}(u, v)$ dans le domaine de Fourier, le filtre inverse le plus simple est :

$$\hat{\mathcal{I}}(u, v) = \frac{\mathcal{J}(u, v)}{\mathcal{H}(u, v)} = \mathcal{I}(u, v) + \frac{\mathcal{B}(u, v)}{\mathcal{H}(u, v)}$$

Pourquoi c'est une mauvaise idée ?

Déconvolution naïve

Filtrage inverse :

Puisque la dégradation s'exprime $\mathcal{J}(u, v) = \mathcal{I}(u, v)\mathcal{H}(u, v) + \mathcal{B}(u, v)$ dans le domaine de Fourier, le filtre inverse le plus simple est :

$$\hat{\mathcal{I}}(u, v) = \frac{\mathcal{J}(u, v)}{\mathcal{H}(u, v)} = \mathcal{I}(u, v) + \frac{\mathcal{B}(u, v)}{\mathcal{H}(u, v)}$$

Pourquoi c'est une mauvaise idée ?

- Même si la dégradation H est parfaitement connue : résidus $\frac{\mathcal{B}}{\mathcal{H}}$ dus à la présence de bruit.

Déconvolution naïve

Filtrage inverse :

Puisque la dégradation s'exprime $\mathcal{J}(u, v) = \mathcal{I}(u, v)\mathcal{H}(u, v) + \mathcal{B}(u, v)$ dans le domaine de Fourier, le filtre inverse le plus simple est :

$$\hat{\mathcal{I}}(u, v) = \frac{\mathcal{J}(u, v)}{\mathcal{H}(u, v)} = \mathcal{I}(u, v) + \frac{\mathcal{B}(u, v)}{\mathcal{H}(u, v)}$$

Pourquoi c'est une mauvaise idée ?

- Même si la dégradation H est parfaitement connue : résidus $\frac{\mathcal{B}}{\mathcal{H}}$ dus à la présence de bruit.
- Si \mathcal{H} contient des valeurs nulles ou très proches de 0, $\frac{\mathcal{B}}{\mathcal{H}}$ domine par rapport à \mathcal{I} .

Déconvolution naïve

Filtrage inverse :

Puisque la dégradation s'exprime $\mathcal{J}(u, v) = \mathcal{I}(u, v)\mathcal{H}(u, v) + \mathcal{B}(u, v)$ dans le domaine de Fourier, le filtre inverse le plus simple est :

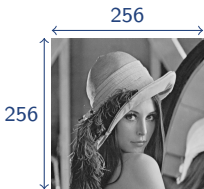
$$\hat{\mathcal{I}}(u, v) = \frac{\mathcal{J}(u, v)}{\mathcal{H}(u, v)} = \mathcal{I}(u, v) + \frac{\mathcal{B}(u, v)}{\mathcal{H}(u, v)}$$

Pourquoi c'est une mauvaise idée ?

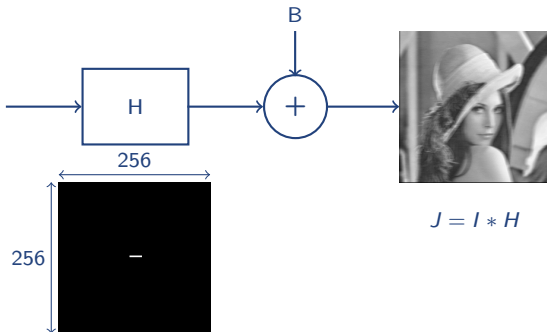
- Même si la dégradation H est parfaitement connue : résidus $\frac{\mathcal{B}}{\mathcal{H}}$ dus à la présence de bruit.
- Si \mathcal{H} contient des valeurs nulles ou très proches de 0, $\frac{\mathcal{B}}{\mathcal{H}}$ domine par rapport à \mathcal{I} .

Solution : Limiter le filtrage autour des fréquences faibles (c'est-à-dire là où \mathcal{H} a des valeurs loin de 0).

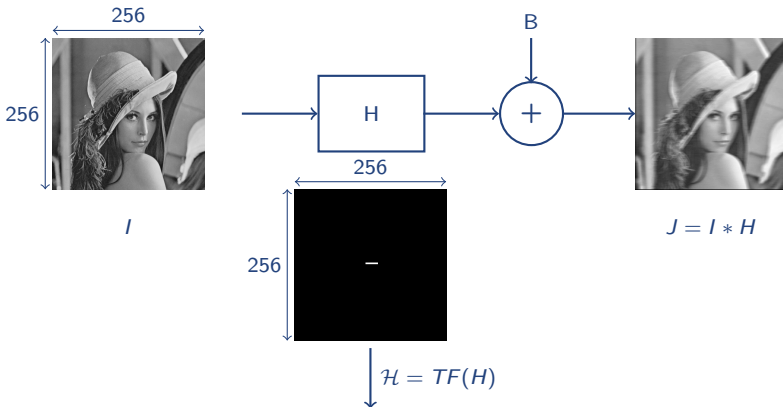
Déconvolution naïve – Illustration flou de bougé de 8 pixels



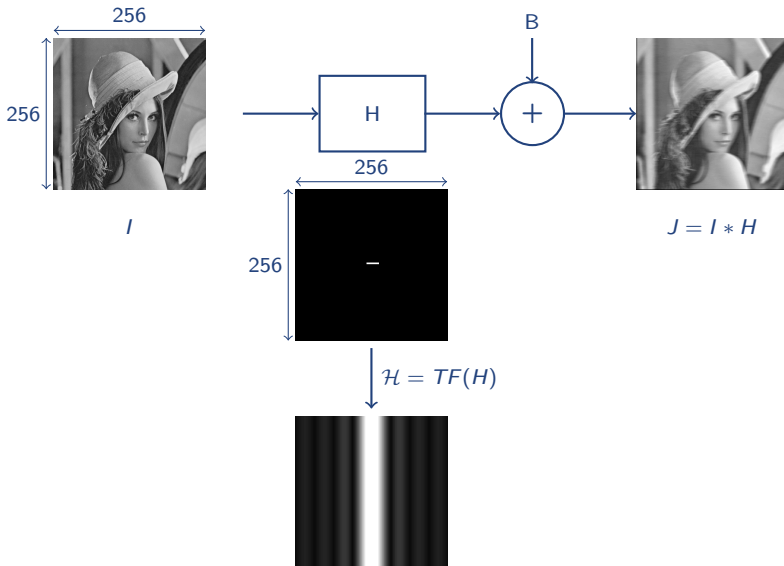
I



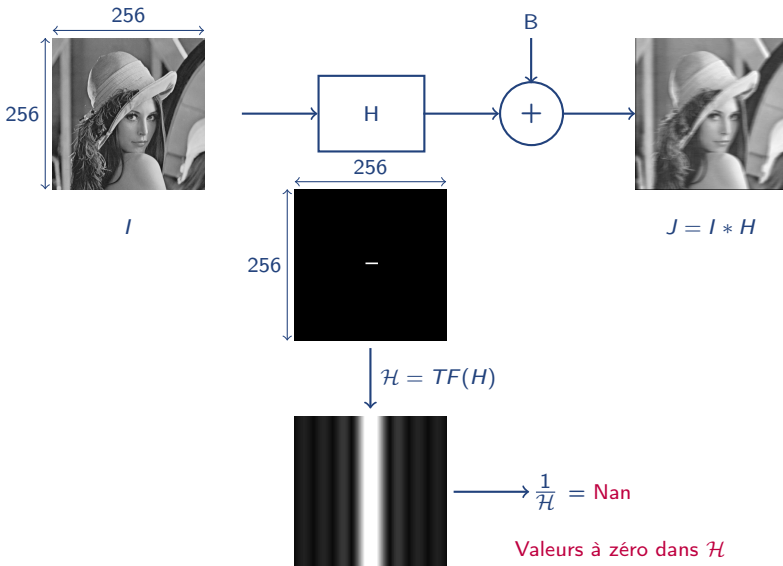
Déconvolution naïve – Illustration flou de bougé de 8 pixels



Déconvolution naïve – Illustration flou de bougé de 8 pixels



Déconvolution naïve – Illustration flou de bougé de 8 pixels



État de l'art des méthodes de déconvolution

- Filtre de Wiener
- Maximum d'entropie
- CLEAN
- Richardson-Lucy
- Méthodes bayésiennes
- etc.

Filtre de Wiener

Le filtre de Wiener G prend en compte explicitement les caractéristiques du bruit B en minimisant dans le domaine de Fourier l'erreur quadratique moyenne de reconstruction :

$$\frac{1}{MN} \sum_{u,v} \left(\mathcal{I}(u, v) - \hat{\mathcal{I}}(u, v) \right)^2$$

Expression du filtre de Wiener :

→ Calcul (facultatif)

Filtre de Wiener

Le filtre de Wiener G prend en compte explicitement les caractéristiques du bruit B en minimisant dans le domaine de Fourier l'erreur quadratique moyenne de reconstruction :

$$\frac{1}{MN} \sum_{u,v} \left(\mathcal{I}(u, v) - \hat{\mathcal{I}}(u, v) \right)^2$$

Expression du filtre de Wiener :

→ Calcul (facultatif)

$$\hat{\mathcal{I}} = \frac{\mathcal{H}^* S_I}{\underbrace{|\mathcal{H}|^2 S_I + S_B}_G} \mathcal{J}$$

- \mathcal{H} : transformée de Fourier de la dégradation H
- \mathcal{H}^* : conjugué de \mathcal{H}
- $|\mathcal{H}|^2 = \mathcal{H}^* \mathcal{H}$: carré du module de \mathcal{H}
- $S_I = |\mathcal{I}|^2$: densité spectrale de puissance de l'image
- $S_B = |\mathcal{B}|^2$: densité spectrale de puissance du bruit

Filtre de Wiener

Expression du filtre de Wiener :

$$\hat{I} = \frac{\mathcal{H}^* S_I}{|\mathcal{H}|^2 S_I + S_B} \mathcal{J} = \frac{\mathcal{H}^*}{|\mathcal{H}|^2 + \frac{S_B}{S_I}} \mathcal{J}$$

Remarques :

- Dans le cas d'un bruit blanc, S_B est une constante.
- S_B rarement connu $\Rightarrow S_B/S_I$ est remplacé par une constante K que l'on règle.
- Si le bruit est nul, alors $S_B = 0$ et on obtient le filtre inverse :

$$\hat{I} = \frac{\mathcal{H}^*}{|\mathcal{H}|^2} \mathcal{J} = \frac{1}{\mathcal{H}} \mathcal{J}$$

- Lorsque \mathcal{H} s'annule, on n'observe pas le problème d'augmentation du bruit comme avec le filtre inverse.

Filtrage de Wiener – Exemple

Digital Image Processing, Gonzalez & Woods.



Filtre gaussien



$$\mathcal{H}(u, v) = e^{-0.0025(u^2 + v^2)^{\frac{5}{6}}}$$



$\mathcal{H}(u, v)$: Modèle de turbulence atmosphérique

Filtrage de Wiener – Exemple

Digital Image Processing, Gonzalez & Woods.



a b c

FIGURE 5.28 Comparison of inverse and Wiener filtering. (a) Result of full inverse filtering of Fig. 5.25(b). (b) Radially limited inverse filter result. (c) Wiener filter result.

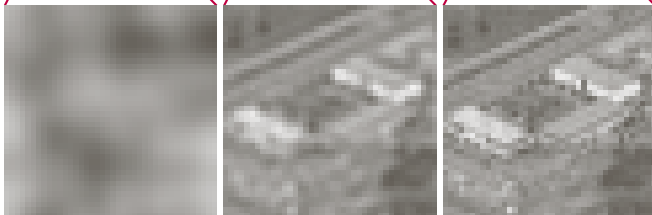
Filtrage de Wiener – Exemple

Digital Image Processing, Gonzalez & Woods.



a b c

FIGURE 5.28 Comparison of inverse and Wiener filtering. (a) Result of full inverse filtering of Fig. 5.25(b). (b) Radially limited inverse filter result. (c) Wiener filter result.



Filtrage de Wiener – Exemple

Digital Image Processing, Gonzalez & Woods.



FIGURE 5.29 (a) 8-bit image corrupted by motion blur and additive noise. (b) Result of inverse filtering. (c) Result of Wiener filtering. (d)–(f) Same sequence, but with noise variance one order of magnitude less. (g)–(i) Same sequence, but noise variance reduced by five orders of magnitude from (a). Note in (h) how the deblurred image is quite visible through a “curtain” of noise.

Conclusion

- Déconvolution = annuler le filtrage (généralement passe-bas) qu'a subit l'image observée.
- Effectuer le filtrage inverse ne fonctionne pas car il tend à augmenter le bruit présent dans l'image.
- Filtre de Wiener : performant si la dégradation H est bien modélisée, même en présence de bruit.
- Méthodes plus performantes et adaptées aux conditions du problème.

A suivre ...

Analyse d'image

